

## РЕЧОВИНА В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ. ЕЛЕКТРОСМНІСТЬ. КОНДЕНСАТОРИ ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

### Зміст

1. Провідники в електричному полі. Електричне поле в провідниках. Розподіл заряду в провідниках
2. Напруженість електричного поля біля поверхні зарядженого провідника
3. Електрична ємність провідників. Конденсатори
4. Енергія зарядженого провідника. Енергія електричного поля
5. Діелектрики в електричному полі. Полярні та неполярні молекули. Поляризація діелектриків. Вектор поляризації
6. Напруженість електричного поля в діелектриках. Теорема Гаусса для діелектриків.
7. Вектор електричного зміщення. Діелектрична проникність
8. Граничні умови для векторів  $E$  та  $D$

### 1. Електричне поле в провідниках. Провідники в електричному полі. Розподіл заряду в провідниках

#### 1<sup>0</sup>. Відсутність поля всередині провідника

До провідників належать речовини, в яких можливе переміщення електричного заряду.

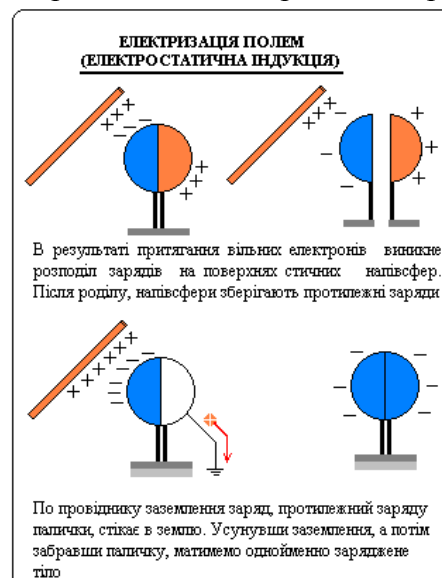
В металевих провідниках така можливість пояснюється наявністю вільних, не зв'язаних з ядрами атомів, електронів, які з надзвичайною легкістю приходять в рух при дії навіть дуже слабкого електричного поля.

Заряд провідника внаслідок взаємовідштовхування завжди розподіляється по його поверхні.

Провідники легко електризуються в електричному полі завдяки перерозподілу електронів.

В дослідах, проілюстрованих малюнками, провідник заряджається через вплив (електричним полем). Таке явище називається *електростатичною індукцією*.

Всередині провідників електричне поле відсутнє, так як, при наявності поля всередині



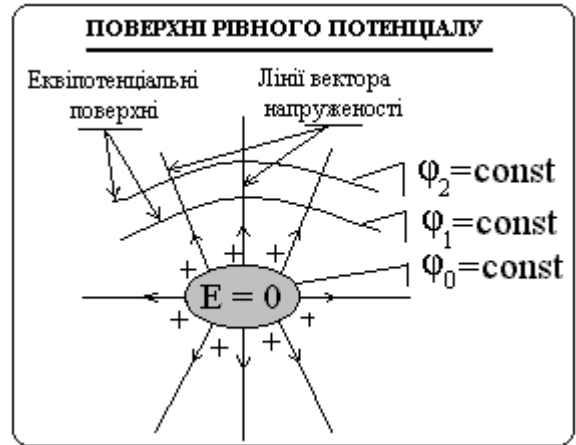
провідника, там відбувався би рух електричних зарядів до зникнення поля.

З умови нерухомості зарядів впливає також перпендикулярність вектора напруженості електричного поля до поверхні провідника та однаковість потенціалів всіх його точок.

Дійсно, при наявності складової дотичної до поверхні, існував би поверхневий рух заряду. До руху зарядів привела б також і різниця потенціалів будь-яких точок провідника.

*Поверхня, всі точки якої мають однаковий потенціал, називається еквіпотенціальною.*

Саме такою є поверхня провідника, а також будь-яка поверхня в усіх точках перпендикулярна до вектора напруженості електричного поля.



*2<sup>0</sup>. Відсутність поля в порожнині провідника. Електростатичний захист*

Електричний заряд розподіляється на поверхні провідника таким чином, що поле всередині його відсутнє

Мислено видаливши речовину з середини провідника, і залишивши тільки тонку оболонку його поверхні, ми не змінимо розподіл зарядів, а, отже, і поля всередині оболонки, напруженість якого залишиться рівна нулю.

Таким чином провідна оболонка, або густа сітка повністю захищає все, що вона оточує, від електричного поля.

Оточення заземленою провідною оболонкою забезпечує надійний електростатичний захист об'єкта всередині.

Розподіл заряду по поверхні площею характеризується поверхневою густиною заряду ( $\sigma$ )

$$\sigma = \frac{q}{S}$$



Відсутність поля всередині провідної оболонки можна показати прямими обчисленнями.

Покажемо, що для будь-якої точки О сферичної оболонки, напруженості полів протилежних елементів компенсуються.

$$E_0 = E_1 - E_2,$$

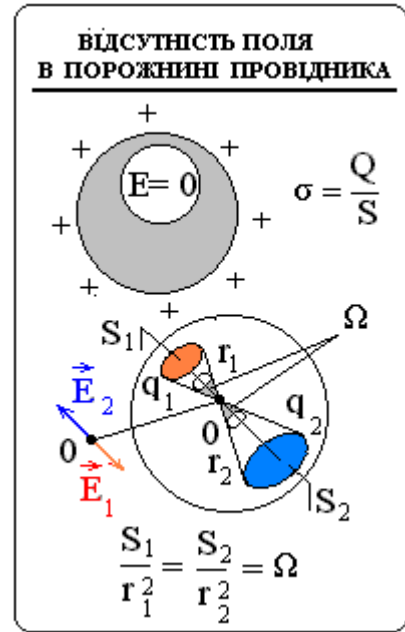
$$E_1 = \frac{k|q_1|}{\varepsilon \cdot r_1^2} = \frac{k\sigma \cdot S_1}{\varepsilon \cdot r_1^2} = \frac{k\sigma \cdot \Omega}{\varepsilon},$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{\varepsilon \cdot r_2^2} = \frac{k\sigma \cdot S_2}{\varepsilon \cdot r_2^2} = \frac{k\sigma \cdot \Omega}{\varepsilon}.$$

Оскільки площа сегмента сферичної поверхні пропорційна квадрату радіуса цієї поверхні, то  $\frac{S_1}{r_1^2} = \frac{S_2}{r_2^2}$ . Остання рівність означає також рівність тілесних кутів  $\Omega$ , під якими спостерігаються сегменти поверхонь.

Тому

$$E_0 = 0.$$

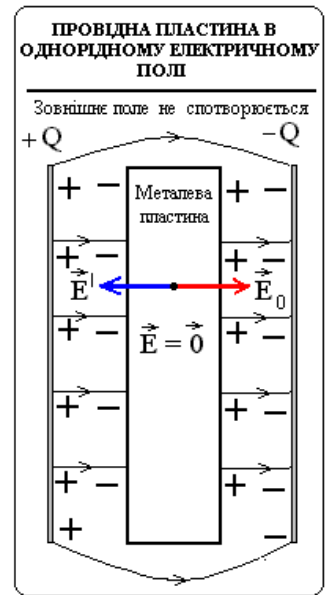


Подібні міркування справедливі для будь-якої оболонки.

*Відсутність поля всередині провідника автоматично впливає з теореми Гауса.*

Оскільки заряд всередині будь-якої замкненої поверхні всередині провідника рівний нулю, то має бути рівним нулю і потік вектора напруженості через цю поверхню, а це можливо лише при нульовій напруженості поля.

Зрозуміти характер компенсації полів всередині провідника допомагає розгляд провідника в однорідному електричному полі утвореному двома різнойменно зарядженими плоскопаралельними пластинами. Такі пластини утворюють плоский конденсатор.



### 3<sup>0</sup>. Провідник в електричному полі

Розглянемо провідну пластину в однорідному електричному полі (див. мал.).

Завдяки практично необмеженій кількості вільних електронів в провіднику, на поверхні провідника індукується заряд, рівний і протилежний зовнішньому. Індукований заряд на поверхні провідника створює власне поле  $E^1$  рівне і протилежне зовнішньому  $E_0$ . Тому загальне поле в провіднику ( $E$ ) становить

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^I,$$

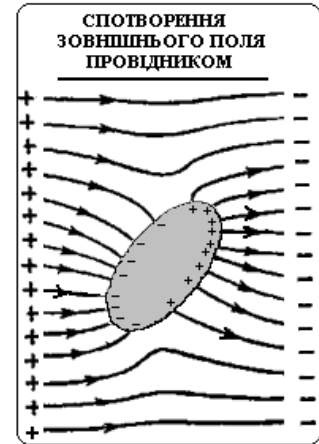
або після переходу до модулів

$$E = E_0 - E^I = 0.$$

В розглянутому випадку провідник не змінює зовнішнього поля.

Проте, взагалі, це поле спотворюється провідником, що ілюструє картина ліній поля в околі еліпсоїдного провідника (див. мал.).

Важливо відмітити, що статичний розподіл зарядів однозначно визначає електричне поле (*теорема єдності*).



## 2. Напруженість електричного поля біля поверхні зарядженого провідника

### 1<sup>0</sup>. Поле зарядженої поверхні

Картина ліній поля зарядженої кулі за її межами повністю відповідає полю точкового джерела з таким же зарядом в центрі. Це дає право обчислювати напруженість електричного поля на відстані від центра кулі, більшій ніж її радіус ( $r > R$  де  $R$  – радіус кулі), за формулою точкового заряду

$$E = k \frac{|Q|}{\epsilon r^2}.$$

В тому числі, напруженість поля біля самої поверхні кулі ( $r \approx R$ ) буде рівна

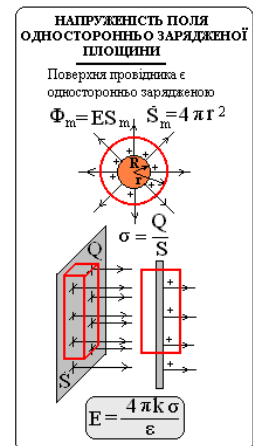
$$E = k \frac{|Q|}{\epsilon R^2}.$$

і може бути виражена через поверхневу густину заряду ( $\sigma$ )

$$\sigma = \frac{|Q|}{4\pi \cdot R^2},$$

$$E = \frac{4\pi \cdot k\sigma}{\epsilon}.$$

Очевидно, за цією формулою, можна розрахувати і поле площини, зарядженої з однієї сторони, враховуючи те, що площину можна уявити як сферичну поверхню безмежно великого радіуса кривизни. Причому остання формула не містить відстані до площини і повинна виражати напруженість поля площини не тільки в прилеглих до неї, а і



в будь-яких точках.

До такого ж результату приводять і розрахунки за теоремою Гаусса.

Дійсно, якщо в якості поверхні, що оточує кулю, візьмемо концентричну їй сферу довільного радіуса  $r$ , то за теоремою Гаусса

$$\Phi_m = \frac{4\pi \cdot kQ}{\epsilon}.$$

Так як  $\Phi_m = E 4\pi r^2$ , то

$$E = \frac{k|Q|}{r^2}.$$

Аналогічно, для двосторонньо зарядженої площини візьмемо оточуючу заряд оболонку у вигляді паралелепіпеда з площею основи  $S$ . Оскільки потік через бічну поверхню відсутній (тут не існує нормальної складової напруженості), то повний потік через оболонку

$$\Phi_m = 2ES.$$

За теоремою Гаусса

$$\Phi_m = \frac{4\pi \cdot kQ}{\epsilon} = \frac{4\pi \cdot k\sigma \cdot S}{\epsilon}.$$

З останніх двох формул для двосторонньо зарядженої поверхні

$$E = \frac{2\pi \cdot k\sigma}{\epsilon}, \text{ або } E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} \text{ (СИ).}$$

У випадку односторонньо зарядженої поверхні потік буде вдвоє меншим, так як поле існує з однієї сторони

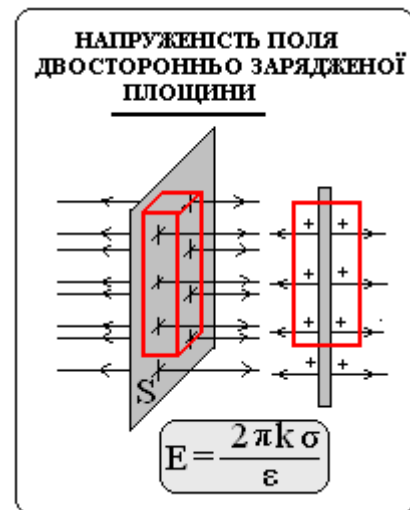
$$E = \frac{4\pi \cdot k\sigma}{\epsilon}.$$

Інакше

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} \text{ (СИ).}$$

### Додаток. Граничні задачі електростатики

Граничними задачами є такі, в яких розглядається гранична поверхня, на котрій



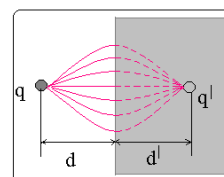
зберігаються сталими певні характеристики поля (наприклад, потенціал).

Одним з методів розрахунку електричного поля в таких умовах є *метод електричних зображень*. Цей метод полягає в підборі зарядів, дія яких забезпечує виконання граничних умов і спрощує розрахунок поля. Такі заряди називаються *зарядами-зображеннями*.

### Приклади

**Задача 1.** Знайти силу притягання точкового заряду, розташованого на відстані  $d$  від нескінченної площини, до цієї площини.

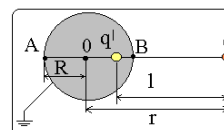
*Розв'язання.* Оскільки напруженість електричного поля перпендикулярна поверхні провідника, а поверхня провідника є поверхнею рівного потенціалу (еквіпотенціальною), то індукований заряд може бути замінений зарядом-зображенням  $q'$ , поле якого симетричне полю точкового заряду перед поверхнею (див. мал.). Заряд-зображення повинен бути рівним і протилежним зовнішньому заряду і бути його дзеркальним зображенням в площині.  $q' = -q$ .



Таким чином сила притягання точкового заряду до площини може бути знайдена, як сила притягання даного заряду і його дзеркального зображення по закону Кулона. Отже, в даному випадку електричне зображення заряду розташоване, як його дзеркальне зображення. Тому шукана сила  $F = \frac{kq^2}{(2d)^2}$ .

**Задача 2.** Знайти силу притягання точкового заряду до заземленої провідної кулі радіусом  $R$ , якщо відстань до центра кулі  $l$ .

*Розв'язання.* Оскільки потенціал Землі приймається за нуль, то потенціал всіх точок заземленої кулі буде нульовим. Величину і положення заряду-зображення  $q'$  можна знайти записавши значення потенціалу протилежних точок кулі з врахуванням того, що потенціал кожної точки складатиметься з потенціалу зовнішнього заряду  $q$  і заряду зображення  $q'$ .



Для потенціалу точки А:  $\frac{kq}{r+R} + \frac{kq'}{r-l+R} = 0 \Rightarrow q' = -\frac{q(r+R-l)}{r+R}$

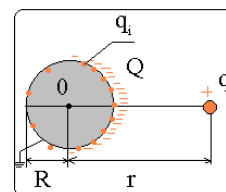
Для потенціалу точки В:  $\frac{kq}{r-R} + \frac{kq'}{R-(r-l)} = 0$ . Після підстановки  $q'$  матимемо  $\frac{R+l-r}{R-l-r} = \frac{r-R}{r+R}$ , або

$$l = \frac{r^2 - R^2}{r} = -r \frac{R^2}{r^2}, \text{ врешті } q' = -q \frac{R}{r},$$

що після підстановки в формулу сили  $F = \frac{k|q||q'|}{l^2}$  дає відповідь.

**Задача 3.** На відстані  $r_1$  від центра заземленої металевої кулі радіусом  $R$  знаходиться заряд  $q$ . Знайти, який заряд протече по заземленому провіднику, якщо перший заряд перемістити на відстань  $r_2$  від центра кулі.

*Вказівки до розв'язання.* Заряд кулі  $Q$  можна знайти, врахувавши, що нульовий



потенціал в центрі заземленої кулі складається з потенціалів зовнішнього заряду та індукованого заряду кулі, розподіленого по її поверхні. Якщо  $q_i$  елементарна частина поверхневого заряду, яку можна вважати точковою, то  $\varphi_0 = k \frac{q}{r} + \sum_i^n k \frac{q_i}{R} = k \frac{q}{r} + \frac{k}{R} \sum_i^n q_i = \frac{kq}{r} + \frac{kQ}{R} = 0 \Rightarrow Q = -q \frac{R}{r}$ , звідки:  $\Delta Q = Q R \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$ .

### 3. Електрична ємність провідників. Конденсатори

#### 1. Поняття електроємності

Розглянемо зв'язок заряду провідника з потенціалом його поверхні.

Для сферичного провідника, у відповідності до формули  $\varphi = \frac{kQ}{\epsilon R}$ , цей зв'язок є прямопропорційною залежністю.

Переконаємося, що така залежність справедлива і для довільного провідника. Дійсно, певний заряд  $q$  розподіляється по поверхні провідника так, щоб поле всередині провідника було відсутнє, і створює потенціал  $\varphi_0$ . Якщо на поверхню нанести додатково такий же заряд, то він повинен розподілитись по поверхні як і перший, щоб напруженість поля всередині залишилась рівною нулю, а, отже, створить додатково такий же потенціал  $\varphi_0$ .



$$2q \sim 2\varphi_0$$

Наступне збільшення заряду приводить до аналогічної зміни потенціалу.

$$Q = n q$$

$$\varphi = n \varphi_0$$

$$\varphi \sim Q$$

Таким чином потенціал і заряд зростають в однакове число разів, що означає їх прямопропорційність.

*Відношення заряду провідника до потенціалу його поверхні, яке називається електроємністю, для даного провідника є величиною сталою*

$$c = \frac{Q}{\varphi}$$

Оскільки електричне поле провідника залежить від оточуючих тіл, для визначеності

розглядають відокремлений, віддалений (у нескінченність) провідник.

Для відокремленого, віддаленого сферичного провідника

$$c = \frac{Q}{\varphi} = Q : \frac{kQ}{\varepsilon \cdot R},$$

$$c = \frac{\varepsilon \cdot R}{k}.$$

Можна зрозуміти, що накопичення великого заряду на провіднику є незручним через підвищення його потенціалу, яке приводить до зростання швидкості стікання заряду в повітря та створює небезпеку утворення іскрового розряду. Проблему збільшення електроємності можна розв'язати розміщенням поблизу даного провідника іншого, з протилежним зарядом. Внаслідок цього, ємність провідника зросте, тому що потенціал його поверхні зменшиться, так як буде складатись з потенціалу поля створеного власним зарядом і потенціалу поля заряду протилежного знаку.

*Система двох провідників (обкладинок) розділених діелектриком називається конденсатором.*

*Ємність конденсатора – це відношення заряду обкладинки до різниці потенціалів між цією обкладинкою та іншою*

$$c = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

$$c = \frac{Q}{U}.$$

(в останній формулі Q заряд позитивної обкладинки).

Одиниця ємності – фарад (Ф) визначається так:

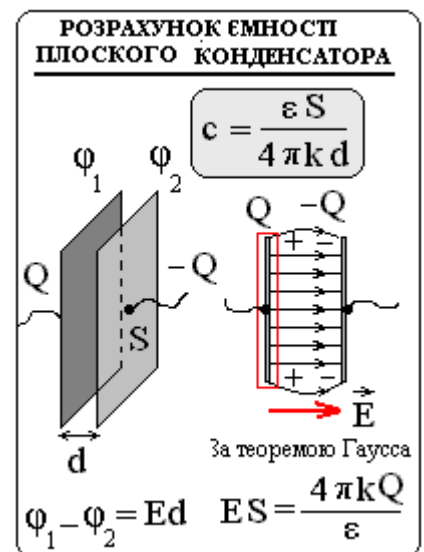
$$[c] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \text{Ф}.$$

Отже, фарад – це ємність конденсатора, який має заряд 1 Кулон при напрузі на обкладинках 1 В.

## 2. Плоский конденсатор

Плоский конденсатор являє собою дві плоскопаралельні пластини розділені діелектриком.

Ємність такого конденсатора виражається через площу його пластини S та відстань між пластинами d.





Різниця потенціалів між обкладинками (пластинами), в зв'язку з однорідністю поля

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed.$$

Напруженість поля всередині конденсатора – це напруженість поля односторонньо зарядженої площини.

$$E = \frac{4\pi \cdot kQ}{\epsilon S}.$$

За формулою ємності

$$c = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{Ed} = \frac{\epsilon S}{4\pi \cdot kd}.$$

Отже

$$c = \frac{\epsilon S}{4\pi \cdot kd},$$

та

$$c = \frac{\epsilon_0 \epsilon \cdot S}{d} \text{ (CI)}.$$

### 3. Ємність сполучення

#### 1°. Ємність послідовного сполучення

Це сполучення, при якому кінець попередньої ділянки сполучається з початком наступної.

Заряд послідовного сполучення – це заряд однієї з послідовних ділянок, адже, при зарядці сполучення, заряджаються рівним і протилежним зарядом перша і остання обкладинки послідовної системи. Далі всі конденсатори набувають такого ж заряду по індукції. Отже, *заряди всіх послідовних ділянок рівні загальному*

$$q = q_1 + \dots + q_n.$$

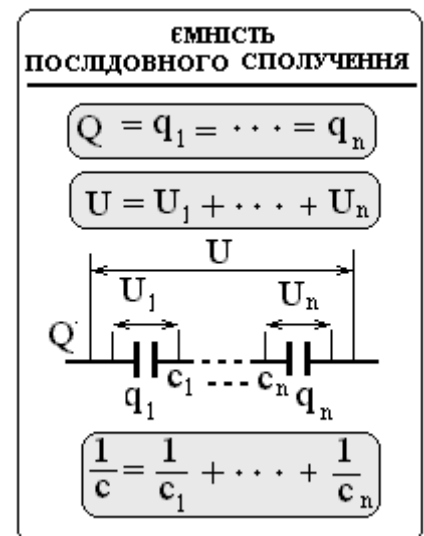
Робота електричного поля по переміщенню пробного заряду на сполученні рівна сумі робіт на всіх послідовних ділянках (адитивність роботи)

$$A = A_1 + \dots + A_n,$$

тобто

$$qU = q U_1 + \dots + q U_n.$$

Отже, *напряга на послідовному сполученні рівна сумі*



напруг на всіх послідовних ділянках

$$U = U_1 + \dots + U_n .$$

Виразивши в останній формулі напругу через заряд і ємність, отримаємо

$$\frac{Q}{c} = \frac{q_1}{c_1} + \dots + \frac{q_n}{c_n} .$$

Врахувавши рівність зарядів, отримаємо, що

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \dots + \frac{1}{c_n} ,$$

тобто, величина обернена ємності послідовного сполучення рівна сумі величин обернених ємності кожної послідовної ділянки, взятої окремо.

2° Ємність паралельного сполучення

Це таке сполучення, при якому початки ділянок сполучаються в одну точку, кінці – в іншу.

Заряд цього сполучення рівний сумі зарядів всіх паралельних ділянок, адже при зарядці сполучення кожна ділянка заряджається окремо.

Загальний заряд, що підходить до вузла розподіляється між ділянками (першими конденсаторами ділянок)

$$q = q_1 + \dots + q_n .$$

Напруга сполучення та напруги на кожній з паралельних віток це напруги між тими самими точками а та b і є рівними

$$U = U_1 = \dots = U_n .$$

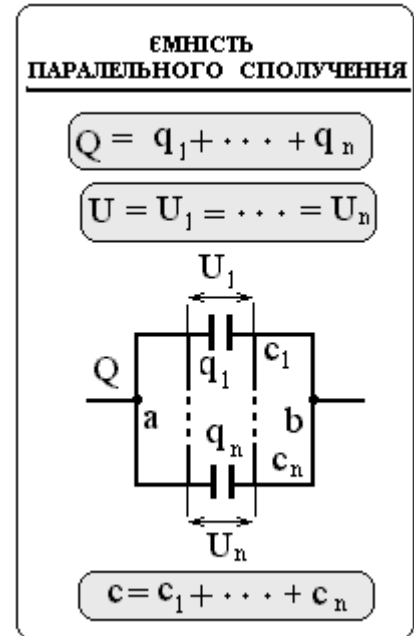
Виразивши заряд через напругу та ємність, матимемо

$$cU = c_1U_1 + \dots + c_nU_n .$$

Врахувавши однаковість напруг, отримаємо

$$c = c_1 + \dots + c_n .$$

Ємність паралельного сполучення рівна сумі ємностей всіх паралельних ділянок, взятих окремо.



#### 4. Енергія зарядженого провідника. Енергія електричного поля

##### 1. Енергія зарядженого провідника

Енергія електричної системи обчислюється роботою по створенню цієї системи, або її ліквідації. З цих позицій енергія провідника рівна роботі електричних сил при його розрядці. Оскільки між зарядом провідника та його потенціалом існує лінійна залежність, то за різницю потенціалів, яку проходить заряд провідника при його розрядці, можна взяти середнє арифметичне початкового та кінцевого значень. Тоді енергія запишеться

$$W = q \frac{\varphi}{2}.$$

##### 2. Енергія зарядженого конденсатора

Енергію зарядженого конденсатора можна знайти як суму енергій обкладинок

$$W_c = \frac{q\varphi_1}{2} - \frac{q\varphi_2}{2} = \frac{qU}{2}.$$

Виключивши  $q = cU$ , матимемо  $W_c = \frac{cU^2}{2}$ .

Виключивши  $U = \frac{q}{c}$ , матимемо  $W_c = \frac{q^2}{2c}$ .

Формула енергії конденсатора виводиться також шляхом знаходження роботи електричного поля при розрядці конденсатора.

Ця робота є роботою змінної сили, оскільки перехід заряду між обкладками супроводжується зменшенням напруги. Залежність напруги від заряду, що проходить по провідниках при розрядці – прямопропорційна, тому роботу можна знайти через середню напругу, яка знаходиться як середнє арифметичне її початкового і кінцевого значення.

$$W_c = A = qU_{cp} = q \frac{U+0}{2} = \frac{qU}{2}.$$

Виходячи з більш детальних міркувань, загальну роботу слід шукати, як суму елементарних робіт по переміщенню скіль завгодно малих частин запального заряду ( $\Delta q_i$ ) між обкладками при напрузі  $U_i$ , яка спадає від початкового значення  $U$  до  $0$ .



$$A = A_1 + \dots + A_n \quad (A = \sum_{i=1}^n A_i)$$

Елементарна робота  $A_i = \Delta q_i U_i$  чисельно рівна площі заштрихованої смужки ( див. мал.).  
Загальна робота рівна сумі площ всіх смужок тобто площі трикутника OMN

$$A = S_{OMN} = \frac{qU}{2},$$

у відповідності до раніше одержаного.

## 2. Енергія зарядженого провідника

Заряджений провідник можна розглядати як конденсатор з нескінченно віддаленою другою обкладинкою, потенціал якої вважається нульовим. Тому енергія зарядженого провідника

$$W = \frac{q\varphi^2}{2}.$$

## 3. Енергія та густина електричного поля

Якщо енергія конденсатора зосереджена в його електричному полі, то вона повинна виражатись через характеристики поля.

Спробуємо отримати відповідну формулу, розглянувши плоский конденсатор. Для нього

$$c = \frac{\varepsilon \cdot S}{4\pi \cdot kd}$$

$$U = Ed$$

Підставивши останні формули в формулу енергії конденсатора

$$W_c = \frac{cU^2}{2},$$

отримаємо

$$W_c = \frac{\varepsilon \cdot SE^2 d^2}{8\pi \cdot kd}.$$

Об'єм поля між обкладинками  $V = Sd$ ,

тому

$$W_c = \frac{\varepsilon \cdot E^2}{8\pi \cdot k} V.$$

Остання формула дозволяє знайти енергію електричного поля в об'ємі  $V$ .

Густина енергії, яка визначається відношенням енергії поля до об'єму, запишеться

$$w = \frac{W_c}{V},$$

$$w = \frac{\epsilon E^2}{8\pi \cdot k}$$

**5. Діелектрики в електричному полі. Полярні та неполярні молекули. Поляризація діелектриків. Вектор поляризації**

**2. Поляризація діелектриків в електричному полі**

До діелектриків (ізоляторів) відносяться речовини, в яких неможливе переміщення електричного заряду. Це пояснюється відсутністю в них вільних заряджених частинок.

Поведінка цих речовин в електричному полі визначається тим, що молекули їх являють собою диполі.

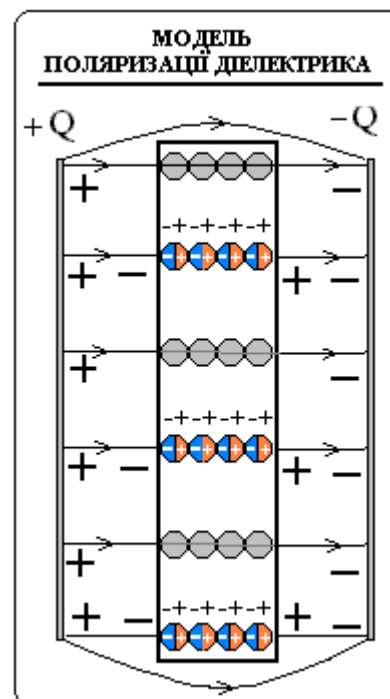
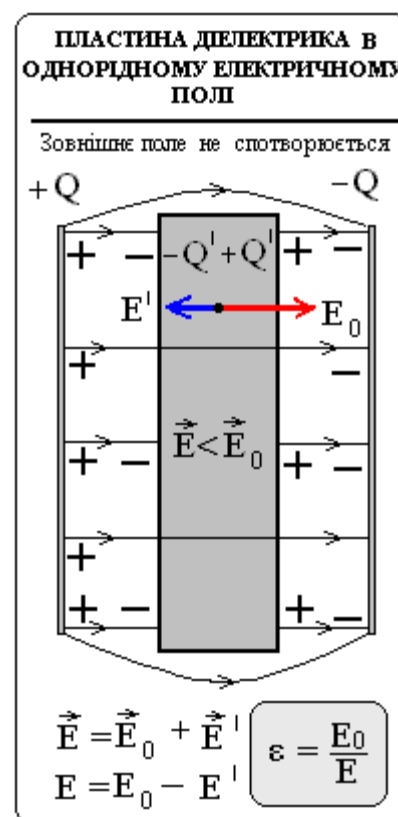
Деякі молекули є диполями і при відсутності зовнішнього електричного поля внаслідок того, що в них центр позитивного і негативного зарядів не співпадають. Такі молекули та їх речовини називають *полярними*.

Прикладом полярної молекули є молекула води, в якій, завдяки переважного перебування водневих електронів в області кисневого ядра, центр негативного заряду зміщується в бік атома кисню.

Подібне зміщення електронів зв'язку робить диполями багато несиметричних молекул.

В решті випадках молекули стають диполями під дією зовнішнього поля, завдяки зміщенню електронної оболонки проти напруженості поля та ядер за напруженістю. Це так звані «м'які» диполі, на відміну від попередньо розглянутих «жорстких».

Завдяки переважній орієнтації молекулярних диполів проти напруженості зовнішнього поля на поверхні діелектрика з'являється зв'язаний електричний заряд. Це явище називають *поляризацією*.



Якщо розглядати пластину діелектрика в однорідному полі, то можна встановити, що некомпенсованим залишається тільки заряд на протилежних поверхнях. Шари рівних і протилежних за знаком зарядів створюють поле  $E^{\perp}$  протилежне зовнішньому і тому напруженість поля всередині діелектрика менша зовнішньої  $E_0$ .

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^{\perp},$$

$$E = E_0 - E^{\perp}.$$

Завжди,  $E < E_0$ , так як зв'язаний поверхневий заряд діелектрика визначається поверхневою концентрацією орієнтованих молекулярних диполів і завжди менший заряду джерела зовнішнього поля.

Діелектрична проникність речовини визначається як відношення модуля напруженості електричного поля у вакуумі до напруженості цього поля в речовині

$$\epsilon = \frac{E_0}{E}.$$

#### *Поляризованість та зв'язаний заряд*

В підсумку можна зробити висновок про те, що внаслідок знаходження діелектрика в електричному полі на поверхні діелектрика та в його об'ємі індукується електричний заряд, який виникає в результаті поляризації діелектрика, викликані орієнтацією молекулярних диполів. Середній дипольний момент в об'ємі діелектрика стає відмінним від нуля. Ступінь поляризації діелектрика характеризується **вектором поляризованості**, який визначається як відношення сумарного дипольного моменту діелектрика до його об'єму (об'ємною густиною дипольного моменту)

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_i}{V} = \frac{N \langle \vec{p} \rangle}{V} = n \langle \vec{p} \rangle,$$

де  $\langle \vec{p} \rangle$  – середнє значення молекулярного дипольного моменту.

Вектор поляризації напрямлений від поверхні з негативним зарядом до поверхні з позитивним зарядом.

У випадку однорідної поляризації поверхневий зв'язаний заряд можна виразити через концентрацію диполів  $n$  та середнє значення молекулярного дипольного моменту  $\langle \vec{p}_n \rangle$ , орієнтованого по нормалі до поверхні, а потім через нормальну складову поляризованості  $P_n$ .

$$q_s = Nq_0 = nVq_0 = nSlq_0 = nSp_n = P_nS.$$

Поверхнева густина заряду зв'язаного заряду

$$\sigma^l = \frac{q_s}{S} = P_n.$$

Поляризацією пояснюється зменшення напруженості поля в діелектрику в порівнянні з вакуумною. Якщо розглянути поле між паралельними пластинами провідника з рівним і протилежним за знаком зарядом, то напруженість цього поля у вакуумі  $E_0$  виразиться через поверхневу густина заряду пластини  $\sigma$

$$E_0 = 4\pi k \sigma.$$

Якщо простір між пластинами заповнений діелектриком, то вплив діелектрика на поле можна пояснити тим, що густина заряду пластин частково компенсується густиною поляризаційного заряду  $\sigma^l$ . Тому

$$E = 4\pi k (\sigma - \sigma^l)$$

Оскільки  $\sigma^l = P$ , то з міркувань раціоналізації записів доцільно ввести вектор електричного зміщення  $D$ , модуль якого

$$D = \sigma$$

і записати

$$E = 4\pi k (D - P)$$

$$D = \frac{1}{4\pi k} E + P$$

Врахувавши, що в однорідному та ізотропному діелектрику напрямки векторів напруженості та поляризації співпадають,

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi k} \vec{E} + \vec{P}.$$

У випадку не дуже сильних полів поляризацію можна вважати прямопропорційною напруженості поля в середовищі.

$$P = \kappa \epsilon_0 E,$$

де безрозмірний коефіцієнт  $\kappa$  – «каппа» називається діелектричною сприйнятливістю діелектрика,  $\epsilon_0 = 1 / 4\pi k$ .

Підставивши в (1),

$$\epsilon_0 E = D - \kappa \epsilon_0 E,$$

$$\epsilon_0 E = \epsilon_0 \epsilon E + \kappa \epsilon_0 E,$$

отримаємо

$$\varepsilon = 1 + \kappa.$$

### *Теорема Гаусса для діелектриків*

Врахуємо, що напруженість поля всередині діелектрика визначається сторонніми та зв'язаними зарядами.

### **3. Граничні умови в електростатиці**

З умови потенціальності електростатичного поля інтеграл по замкненому контуру, який називається циркуляцією вектора напруженості електричного поля

$$\oint \mathbf{E}_1 d\mathbf{l} = 0.$$

Для випадку границі розділу двох середовищ, оберемо елементарний замкнений контур, що складається з двох дотичних  $d\mathbf{l}$  та двох нормалей  $d\mathbf{h}$  до них і охоплює елемент границі між середовищами. Якщо  $d\mathbf{h} \rightarrow 0$ , то  $d\mathbf{l}$  прямуватиме до довжини елемента границі. При цьому циркуляція перейде у відношення

$$E_{1l} dl - E_{2l} dl = 0.$$

Звідси матимемо збереження дотичної проекції напруженості електричного поля при переході через границю розділу двох середовищ

$$E_{1l} = E_{2l}.$$

Іншу граничну умову одержимо за теоремою Гаусса, розглянувши елементарний циліндр висотою  $d\mathbf{h}$ , з основами  $d\mathbf{S}$ , який перетинає елемент поверхні розділу середовищ, перпендикулярно до нього. Якщо  $d\mathbf{h} \rightarrow 0$ , то з

$$\oint_S \mathbf{D}_n d\mathbf{s} = q,$$

виразивши заряд через його поверхневу густину  $\sigma$ , отримаємо

$$D_{1n} dS - D_{2n} dS = \sigma S,$$

$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma.$$

## ЕЛЕКТРЕТИ ТА СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКИ

*Електрети* можуть бути поляризованими навіть у відсутності електричного поля. За властивістю зберігати свій стан, ці діелектрики нагадують постійні магніти. Зберігаючи поляризацію, вони створюють електричне поле в оточуючому просторі. Електрет можна отримати, помістивши розплавлений діелектрик з полярними молекулами в сильне електричне поле. Так, розплавлена суміш воску і смоли після перебування в електричному полі з напруженістю біля  $10^6$  В/м, після охолодження і вимкнення поля,



зберігає поляризацію на протязі декількох годин і, навіть, діб. Існують електрети, що зберігають поляризацію на протязі багатьох років. До деякої міри електрети є аналогами постійних магнітів.

Існують діелектрики з надзвичайно великою діелектричною проникністю – *сегнетоелектрики*. Свою назву вони отримали від типового представника таких речовин – сегнетової солі (Подвійна натрієво-калієва сіль винної кислоти –  $\text{NaKC}_4\text{H}_4 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ). Відносна діелектрична проникність її при кімнатній температурі сягає  $\epsilon = 10\,000$ . Прикладами сегнетоелектриків є титанат барію  $\text{BaTiO}_3$  ( $\epsilon = 6\,000$ ), титанат свинцю  $\text{PbTiO}_3$ , ніобіт літію  $\text{LiNbO}_3$  та ін.

Сегнетоелектрики мають кристалічну будову без центрів симетрії. Висока діелектрична проникність їх пов'язана з наявністю в них спонтанних (самодовільних, без впливу зовнішнього поля) поляризованих областей. Кожен з доменів має свій напрямок поляризації викликаний переважною орієнтацією молекулярних диполів. Оскільки напрямки орієнтації всіх доменів носять хаотичний характер, то загальний дипольний момент достатньо великого об'єму сегнетоелектрика рівний нулю, тобто сегнетоелектрик в цілому є неполяризованим. При внесенні в електричне поле поширюється переважна орієнтація дипольних моментів в напрямку близькому до зовнішнього поля, що приводить до значної поляризації речовини в цілому, і, як наслідок, високої діелектричної проникності. Оскільки хаотичний тепловий рух руйнує орієнтації молекулярних диполів, то існує температура (*точка Кюрі*  $T_K$ ), при якій домени втрачають переважно напрямлену орієнтацію і руйнуються, сегнетоелектричні властивості значно послаблюються, сегнетоелектрик стає звичайним діелектриком. Для титанату барію  $T_K = 350\text{ K}$ , для сегнетової солі таких температур дві – верхня  $T_{K1} = 298\text{ K}$  та нижня  $T_{K2} = 258\text{ K}$ . Специфічна залежність вектора поляризації сегнетоелектрика від напруженості зовнішнього поля називається *діелектричним гістерезисом*.

Під дією зовнішнього електричного поля в результаті зміщення протилежних молекулярних зарядів ряд діелектриків пружно деформується. Це явище називається *електрострикцією*. Таку властивість має кварц, пластини якого використовуються для побудови генераторів ультразвукових коливань.

Спостерігається і зворотний ефект. Стиснення діелектричних кристалів певного виду приводить до появи на протилежних, перпендикулярних до напрямку стиснення гранях електричних зарядів, внаслідок виходу на поверхню полюсів пружних молекулярних диполів. Таке явище називається *п'єзо ефектом*.